

Чебышевские жемчужины

Мы очень мало знаем о Чебышеве в жизни. Чебышев-человек до сих пор остался неразгаданным и непонятым. О частной жизни ученого историки стараются многозначительно умалчивать. Но Чебышев в жизни был так же своеобразен и многогранен, как и в науке. Чебышев официально женат не был, но и его жизнь была полна увлечений, а его сердце было способно на большое чувство. Он имел дочь Юлию, которую боготворил и, по свидетельству родственников, хорошо обеспечил, но не удочерил и, по-видимому, никогда с ней вместе не жил. В 80-х годах XIX века, по отзывам людей, ее знавших, это была миниатюрная и нарядная дама с признаками немалой избалованности. Связь между Пафнутием Львовичем и его дочерью поддерживалась через младшую и, пожалуй, самую любимую его сестру Надежду Львовну. К ней в ее собственное имение Рудаково Боровского уезда Калужской губернии по приглашению изредка приезжала на несколько дней погостить его дочь вместе с мужем, полковником Леером, и собственной дочерью. В свою очередь, Надежда Львовна постоянно посещала брата в имении Окатово и Петербурге, заботясь о сохранении семейных традиций. Много сил и энергии отдал Пафнутий Львович воспитанию детей погибшего в железнодорожной катастрофе брата, штабс-капитана Петра Львовича Чебышева: Льва, Пафнутия, Владимира и Анны. Он опекал племянников, и сам находил время заниматься хозяйством в их имении Кулаге Орловской губернии. Лев, Пафнутий и Владимир учились в кадетском корпусе, потом в военном училище и вышли офицерами в гвардию (впоследствии Лев и Владимир известны как гвардейские артиллерийские полковники). Самым близким братом Чебышева был Владимир Львович, генерал от артиллерии, выдающийся ученый-артиллерист, профессор Артиллерийской академии. Из сестер Пафнутия Львовича следует отдельно упомянуть об Ольге Львовне Чебышевой, она вышла замуж за одного из Гончаровых, из рода которых вышла Наталья Николаевна, жена Пушкина. Ольга Львовна была писательницей исторического жанра, ее перу принадлежит рассказ «Тысяча восемьсот двенадцатый год», изданный в 1867 году.

Братья Чебышевы были богаты, так как получили от родителей большие и доходные имения, сестры же получили значительно меньшее наследство. Располагая сравнительно большими финансовыми средствами (доход по должности академика и профессора), Пафнутий Львович занимался скупкой земель и увеличивал долю сестер за счет подаренных им земель. Заботу о сестрах он считал своим семейным долгом.

Каким же он был, Чебышев-человек? Прежде всего, это был человек очень трудолюбивый. По свидетельству современников, его отличали любовь к уединению и постоянству образа жизни. Скромность в расходах, предельная бережливость сочетались в его характере с отзывчивым участием и заботой о людях. Чебышева отличала поразительная проницательность ума, особенно когда нужно было оценить какую-либо научную статью, схватить в ней главное и сразу же дать о ней отзыв. Личная скромность и сдержанность проявлялись в его отказах от пышных торжеств по случаю каких-нибудь юбилеев его честь. Доступность, простоту и учтивость профессора отмечали современники: раз в неделю Пафнутий Львович приглашал к себе домой «на чай» всех, в ком видел математические способности и склонность к исследовательской деятельности. Среди подобных домашних открытий Чебышева была однажды заглянувшая к профессору миловидная барышня - будущая «принцесса науки» Софья Васильевна Ковалевская. Как лектор Чебышев говорил быстро, с некоторой неясностью в произношении, размахивая руками. Материал он излагал понятно и увлекательно, не ограничиваясь сообщением голых фактов математики, а выяснял их значение. И делал это в такой оригинальной форме, которая не всякому доступна, но сильно поднимала его авторитет в глазах слушателей. Его лекции были настолько увлекательны, что многие приходили слушать их по несколько раз.

Чебышев в ходе университетской лекции, несколько утомившись, любил отойти от доски и с видимым удовольствием опуститься на мягкое сиденье профессорского кресла, расположенного возле первого стола. Обычно так начинались знаменитые чебышевские беседы. То ли уставши стоять, то ли желая развлечь студентов после продолжительных головомомных вычислений, профессор прерывал последовательное изложение материала и принимался рассуждать о значении рассматриваемого вопроса и об истории его разрешения. Склонясь в кресле несколько в сторону, лектор на время застывал в неподвижности, а быстрая речь его лилась увлекающим потоком. Подперев голову рукой, Пафнутий Львович рассказывал аудитории об одной из своих заграничных поездок, где он беседовал с какой-нибудь иностранной знаменитостью по поводу излагаемого ныне предмета, сопоставляя её суждения с воззрениями русских математиков. Перед слушателями

будто раздвигался горизонт, суженный прежде тетрадным листом конспекта, и за сухими строчками формул разыгрывалось драматическое действо, где сталкивались и опрокидывались мнения, уязвлялись самолюбия и разбивались авторитеты, а отвлечённые и безжизненные математические истины с неотвратимостью рока пронизывали человеческие судьбы. С каким нетерпением ожидала аудитория доверительных этих бесед! Казались они студентам не менее важными, чем доказываемые Чебышевым теоремы и положения.

Чебышев вовсе не стремился к обширности обзора в своём курсе, не пытался объять как можно большее количество материала, основной упор делая на принципиальные стороны истолковываемых на лекциях вопросов. На доске писал он молча и сосредоточенно. Заранее объявлял цель, для которой производятся выводы, и ход их в общих чертах, а уж потом не прерывался ни на минуту. Тут приходилось следить за ним глазом, а не ухом. До невероятности быстро разворачивались на доске формулы и уравнения, нанизывались друг на друга и выстраивались в ровные строчки математические знаки и символы. Все выкладки профессором изображались настолько подробно, что не представляло труда следовать за его мыслью...

Удивительное дело! Но на лекции Чебышева стремились попасть десятки студентов с юридического факультета: они горели желанием прослушать курс его «Теории вероятностей». Юристы приходили сюда, чтобы поучиться, с их слов, *«у профессора Чебышева логичности построения выводов и поразительной доказательности речи»*, т.е. логике и риторике. А ведь далеко не блестящим оратором был Пафнутий Львович. Мало того, что говорил он чрез меру торопливо и порой невозможно было в подробности писать за ним, так ещё и неясность какая-то в произношении имела место. Да вот поди ж ты, по всему университету гремела слава об исключительной логичности и чёткости его изложения. Не только в речи, Пафнутий Львович и в жизни такой, во всех своих действиях и поступках. Аккуратность и педантичность разительно отличали его от других профессоров: не было примера, когда лектор Чебышев отменил занятие или хотя бы запоздал на минуту. Точно со звонком входил Пафнутий Львович в аудиторию и немедленно приступал к вычислениям, бросив на ходу:

«В прошлый раз нам не пришлось закончить вывод. Исходным пунктом мы взяли формальное равенство...».

И на доске одна за другой начинали появляться замысловатые формулы.

Научной средой, в которой вырос гений Чебышева, была математика в Московском университете, где он учился с 16 до 20 лет и далее работал над магистерской диссертацией еще четыре года. Именно здесь сложились его взгляды на математику, на ее отношение к миру, сложилась та система ценностей, которой он придерживался всю свою жизнь и которая легла в основу деятельности созданной им по том петербургской научной математической школы.

Благоприятная научная среда сложилась в Московском университете в конце 30-х годов XIX века с приходом таких прекрасных педагогов и образованных математиков, как Н.Е.Зернов и Н.Д.Брашман, одним из учеников которых был П.Л.Чебышев. Пожалуй, самое сильное влияние на формирование взглядов Чебышева-студента оказал профессор Брашман, всегда стремившийся развивать прикладные научные направления, полезные для народного хозяйства.

Пожалуй, сердцевиной научных работ по теории чисел П.Л.Чебышева является проблема распределения простых чисел в натуральном ряде. Эти исследования можно подразделить на два направления.

Одно – получение законов, характеризующих регулярность распределения простых чисел. В 1848 году адъюнкт Петербургского университета П.Л.Чебышев делает крупное математическое открытие формулы, позволяющее хотя бы приблизительно определить, сколько простых чисел содержится на любом достаточно большом отрезке $[1;n]$ числовой оси. Число простых чисел, не превышающих заданного натурального n , обозначается символом $\pi(n)$. Очевидно, что некоторые значения этой функции $\pi(n)$ можно точно подобрать по таблице простых чисел. Известно, например, на отрезке $[1;10]$ $\pi(10)=4$ (2;3;5;7); на отрезке $[1;100]$ $\pi(100)=25$; на отрезке $[1;10^6]$ $\pi(10^6)=78498$ простых чисел.

Недаром древние греки приписывали легендарному Прометею изобретение числа. Важность понятия числа в практической деятельности побуждала математиков всех времён и народов пытаться проникнуть в тайны расположения простых чисел. Особенное значение уже в Древней Греции получило исследование простых чисел, то есть чисел, делящихся без остатка лишь на себя и на единицу.

Издавна бросалась в глаза нерегулярность распределения простых чисел среди всех натуральных чисел; было замечено, что по мере продвижения от малого числа к большему в натуральном ряду простые числа встречаются всё реже. Поэтому сразу же встал вопрос: существует ли последнее простое число или имеет ли ряд простых чисел конец?

Древнегреческой науке, пожалуй, известен только один общий результат о простых числах (не считая частного результата отсеивания простых чисел способом через «решето Эратосфена»), известный теперь под названием теоремы Евклида. Согласно этой теореме, в ряду чисел имеется бесконечное множество простых.

Около двух тысяч лет, прошедших со времён Евклида (Шв до н.э.), не принесло сдвигов, хотя стало ясно, что число $\pi(n)$ неограниченно возрастает с возрастанием n ; но по какому закону? Век следовал за веком, проблемой теории чисел занимались такие корифеи математической мысли, как Эйлер и Гаусс, но только молодому адьюнкту П.Л.Чебышеву удалось открыть формулу, позволяющую приближённо подсчитать простые числа на любом участке натурального ряда. С большим остроумием и глубиной анализа он доказал, что если асимптотический закон распределения простых чисел существует, то он имеет вид интегрального логарифма и является наилучшим приближением, проще говоря, он установил, что при достаточно больших значениях n истинное значение числа $\pi(n)$ находится вблизи числа $\frac{1,1 \cdot n}{\ln n}$, точнее, учёный установил границы колебания

$\pi(n)$ около $\frac{n}{\ln n}$ и вывел неравенство, получившее его имя:

$$0,92129 < \frac{\pi(n)}{\frac{n}{\ln n}} < 1,10555$$

Улучшить неравенство Чебышева оказалось делом нелёгким: лишь много лет спустя английский математик Сильвестр получил более тесное неравенство:

$$0,95695 < \frac{\pi(n)}{\frac{n}{\ln n}} < 1,04423$$

И только в 1896 году, через 50 лет после первого мемуара Чебышева, с помощью аппарата теории комплексного переменного, опираясь на его неравенство, оказалось возможным доказать

Адамару предельное соотношение $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi(n)}{\frac{n}{\ln n}} = 1$.

Открытие асимптотического закона распределения простых чисел $\pi(n) \approx \frac{n}{\ln n}$ и неравенства Чебышева сами математики называют большими чебышевскими жемчужинами.

Крайне любопытные, но и поучительные получаются картинки распределения простых чисел, если натуральные числа размещать последовательно в узлах квадратной сетки, продвигаясь от узла к узлу по спирали, иногда называемой математиками «чебышевской улиткой». Так, начиная спираль с числа 17, можно наблюдать, как одна общая диагональ постепенно формирующихся квадратов сплошь покрывается простыми числами.

Ещё одной чебышевской жемчужиной, истинным украшением теории распределения простых чисел является и высказывание о том, что

Между натуральными числами n и $2n-2$ при $n > 3$ всегда есть хотя бы одно простое число.

Долгое время эта гипотеза, получившая название «постулат Бертрана», оставалась лишь эмпирическим фактом, для доказательства которого пути совершенно не чувствовались. И только в мемуаре «О простых числах» этот постулат обратился в теорему, красиво доказанную П.Л.Чебышевым в 1852 году.

Обратившись к теории чисел, Чебышев быстро установил ошибку в известной гипотезе Лежандра-Гаусса и, употребив остроумный приём, доказал собственное предложение, из которого постулат Бертрана вытекал немедленно, как простое следствие.

Эта работа молодого учёного произвела на математиков сильное впечатление. Она выдвинула его в ряды великих математиков XIX века.

В той же работе в 1852 году Чебышев находит достаточно точные верхние и нижние границы для количества простых чисел, не превосходящих любой наперёд заданной границы.

Наконец, второе направление Чебышева в исследовании простых чисел – изучение особенностей или иррегулярностей в их распределении. Он высказывает утверждение, что простых чисел вида $4n+3$ больше, чем простых чисел вида $4n+1$, в смысле суммирования по Абелю.

Кроме того, Чебышеву принадлежат постановка проблемы о бесконечности простых чисел в последовательности n^2+1 и оценка наибольшего простого делителя в такой последовательности.

Великий русский поэт А.С.Пушкин, свояк П.Л.Чебышева, как-то в заочном споре с математиками, ещё в 1831 году прозорливо указывал на скорое появление в науке «другой формулы, другой мысли», справедливо отводя в этом роль великим умам человечества, подобным Лобачевскому или Чебышеву. Вот что он пишет в своей статье «О втором томе “Истории” Полевого» о людях, способных угадать и схватить суть явлений:

« – Не говорите: Иначе нельзя было быть. Коли было бы это правда, то историк был бы астрономом, и события жизни человечества были бы предсказаны в календарях, как и затмения солнечные. Но провидение не алгебра. – Ум человеческий, по простонародному выражению, не пророк, а угадчик, он видит общий ход вещей и может выводить из одного глубокие предположения, часто оправданные временем...».

Всемирное признание получили работы Чебышева по теории вероятностей (мемуары «О средних величинах» (1867), «О двух теоремах относительно вероятностей» (1887)), теории приближения функций многочленами (мемуары «Вопросы о наименьших величинах, связанных с приближенным представлением функций» (1857), «О квадратурах» (1973)), интегральному исчислению (мемуар «Интегрирование с помощью логарифмов» 1847 года) и другим областям математики.

В каждой из указанных областей Чебышев сумел создать ряд основных, общих методов и выдвинуть новые идеи.

Работы ученого по механике составляют около четверти его научных исследований. Изучая движение параллелограмма Уатта, профессор ставит одну из первых минимальных задач и для ее решения вводит знаменитые полиномы, наименее отклоняющиеся от нуля. Теорию полиномов, наименее отклоняющихся от нуля, Чебышев успешно применяет и к ряду других механических задач, в частности, к расчету зубчатых колес, к центробежному регулятору и т.д.

Многие приборы и механизмы Пафнутий Львович изготавливал собственноручно из дерева. Большинство из этих моделей сохранилось до настоящего времени.

Своими руками он построил 40 действующих моделей шарнирных механизмов, в том числе модели: одноцилиндровой паровой машины, центробежного регулятора, самокатного кресла, гребного автомата, повторяющего движения весел в лодке, автоматического арифмометра и даже “лошади” - машины, подражающей движению животного при ходьбе.

Он умел и любил работать руками: быстро освоив столярное и токарное дело, мог изготовить домашнюю мебель (изготовленный им стул – кресло сохранился до сих пор), наконец, будто заправский портной, скорняк или сапожник, по нескольким меркам, сшить для себя одежду, шапку или обувь.

Однако мало кому известно, что он преуспел еще в одной технической области. Вершиной всех его задумок как часового мастера являются часы с боем. В конструкции наглядно отразились идеи ученого по синтезу механизмов.

На большом черном шаре непринужденно расположился купидон с луком и чашей. Каждый час чебышевские часы отбивали строго определенное число ударов, играли мелодию гимна, а малыш-купидон с помощью шарнирно-рычажного механизма вскидывал вверх руку с заздравной чашей. Время не пощадило циферблат, но механизм чудо-часов остался цел и сегодня приводит в восторг специалистов.

Еще один свежий факт. Один из мемуаров ученого, опубликованный в 1878 году в Париже и названный им совсем ненаучно «О кройке одежды». В этой основной геометрической работе Чебышева, к которой он сам относился не совсем серьезно, дан набросок оригинального решения интересных задач теории поверхности. Много помогая энтузиастам воздухоплавания (конструктору Можайскому А.М. и др.), Чебышев задался вопросом: по каким кривым следует выкроить части

тонкой материи, чтобы сшить из них футляр, плотно прилегающий к телу какой-нибудь формы, например, к мячу (речь могла идти о воздушном шаре). Здесь Чебышев снова применил свою теорию функций, наименее отклоняющихся от нуля. Занимаясь подобными вопросами, ученый продвинулся в совершенно неизвестной области. На этом пути у него не было предшественников, как не было их у Лобачевского, создавшего неевклидову геометрию. Так Чебышев вывел уравнение, впоследствии переоткрытое Д.Гильбертом и названное Sin-Gordon, через свои знаменитые «чебышевские сети». Знаменательно, что когда Д.Гильберт доказывал непогружаемость полной плоскости Лобачевского в обычное трехмерное пространство, то он использовал это фактически открытое Чебышевым уравнение, связавшее, как оказалось, имена трех великих математиков.

Интересно, что современные учебники для вузов типа «Основы конструирования одежды» содержат десятки страниц, посвященных изложению методов проектирования разверток одежды в «чебышевских сетях», а великие кутюрье современности Вячеслав Зайцев, Ив Сен Лоран либо Пьер Карден вряд ли догадываются, кому из гениальных ученых они обязаны частью своего успеха.

Другим практическим применением (малоизвестным) разработанной им теории функций, наименее отклоняющихся от нуля, была картография. В своем мемуаре «О черчении географических карт» великий геометр поставил такую задачу: выбрать из всех возможных такую проекцию, с таким масштабом, чтобы она давала возможно наименьшее искажение изображаемого участка земли. Чебышев установил, что наивыгоднейшей проекцией является та, которая дает искажение масштаба не более 2% его величины, тогда как принятые в то время проекции давали не менее 4-5%.

И, наконец, следует в заключение упомянуть, что открытия Чебышева в области теории вероятностей и интерполирования много содействовали развитию у нас теории стрельбы и пристрелки, они почти тотчас же вошли в учебники артиллерии и баллистики (формула дальности полета снаряда в воздухе).

С. Лебедев